

SPIS TREŚCI

CZĘŚĆ PIERWSZA

Podstawy ogólne. Liczenie i algebra logiki

ROZDZIAŁ I. Liczby i liczenie	7
A. Liczenie	7
1. Wprowadzenie	7
2. Działania	8
B. Dodawanie	8
1. Definicja i własności	8
2. Tabela	9
C. Działanie odwrotne do dodawania : odejmowanie	11
1. Definicja i oznaczenia	11
D. Mnożenie	12
1. Definicja i oznaczenia	12
2. Własności	12
E. Działanie odwrotne do mnożenia : dzielenie	13
1. Definicja i oznaczenia. Ułamki	13
2. Reguła trzech	14
ROZDZIAŁ II. Potęgowanie i pierwiastkowanie	15
A. Definicja potęgowania	15
1. Pojęcie potęgowania	15
B. Podstawowe własności potęgowania	15
1. Definicja pierwiastka	17
C. Podstawowe własności pierwiastkowania	17
D. Układy liczenia	19
ROZDZIAŁ III. Pojęcie logarytmu	21
A. Definicja	21
B. Własności	21
1. Logarytm iloczynu	21
2. Logarytm ilorazu	22
3. Logarytm potęgi	22
C. Zmiana podstawy logarytmu	22
D. Tablice logarytmiczne	23
1. Zastosowanie praktyczne	23
2. Antylogarytm i tablice	25
3. Skala logarytmiczna	25

E. Suwak logarytmiczny	25
ZASTOSOWANIE 1. <i>Znaczenie biologiczne pH</i>	26
ZASTOSOWANIE 2. <i>Decybel</i>	28
ROZDZIAŁ IV. Permutacje i kombinacje. Dwumian Newtona	30
A. Wariacje, permutacje i kombinacje	30
1. Definicje	30
2. Silnia	31
3. Obliczanie ilości wariacji	32
4. Ogólne zależności pomiędzy V_n^r , C_n^r , P_r	33
B. Dwumian Newtona	34
ROZDZIAŁ V. Dwójkowy układ liczenia i algebra logiki	36
A. Układ liczenia oparty na dowolnej podstawie	36
1. Przypomnienie dziesiętnego układu liczenia	36
2. Zmiana podstawy liczenia	37
a. Układ liczenia o dowolnej podstawie	37
b. Dwójkowy układ liczenia	37
c. Zmiana podstawy liczenia	37
ZASTOSOWANIE 3. <i>Pojęcie ilości informacji</i>	38
B. Własności układu dwójkowego	39
1. Tabela dodawania dwójkowego	39
2. Tabela mnożenia dwójkowego	39
C. Algebra logiki	40
1. Definicje	40
2. Operatory „I” „LUB”	41
a. Operator „I”	41
b. Operator „LUB”	42
c. Własności dotyczące zdań złożonych	42
3. Związek z działaniami w dwójkowym układzie liczenia	43
4. Obwody przełącznikowe	45
a. Własności ogólne	45
b. Analiza dwu problemów połączeń	46
ZASTOSOWANIE 4. <i>Szczególny przypadek sterowania na synapsach nerwowych</i>	47
5. Podstawowa cecha postaci kanonicznych funkcji logicznej	48

CZĘŚĆ DRUGA

Funkcje

ROZDZIAŁ I. Wprowadzenie do badania funkcji	53
A. Pojęcie funkcji jednej zmiennej	53
1. Definicja	53
2. Przykłady	53
3. Zależność wzajemnie jednoznaczna. Pojęcie funkcji odwrotnej	55
4. Graficzne przedstawienie funkcji: wykres funkcji	56

B. Eksperymentalny aspekt pojęcia funkcji	57
1. Interpolacja i ekstrapolacja	57
2. Zagadnienie eksperymentowania	58
C. Sposoby zapisu funkcji	59
 ROZDZIAŁ II. Funkcje algebraiczne o postaci wielomianu	61
A. Definicje	61
B. Linia prosta	62
1. Własności ogólne	62
2. Wyznaczanie równania prostej w różnych przypadkach szczególnych	63
a. Prosta o danym współczynniku kątowym przechodząca przez dany punkt	63
b. Prosta przechodząca przez dwa punkty	64
c. Odcinek prostej ograniczony przez dwa dane punkty	65
3. Punkt przecięcia dwu prostych	66
4. Współczynniki katowe dwóch prostych prostopadłych	67
5. Zmiana współrzędnych	67
C. Niektóre inne funkcje	69
1. Parabola	69
2. Funkcja homograficzna. Hiperbola równoosiowa	72
ZASTOSOWANIE 5. <i>Krzywa pobudliwości nerwowo-mięśniowej</i>	74
3. Okrąg i elipsa	76
4. Badanie funkcji ax^*	78
ZASTOSOWANIE 6. <i>Prawo wzrostu</i>	78
5. Dzielenie dwu wielomianów uporządkowanych	79
D. Podział płaszczyzny za pomocą funkcji	80
1. Podział płaszczyzny za pomocą linii prostej	80
2. Podział płaszczyzny przez dowolną funkcję	81
 ROZDZIAŁ III. Pochodna. Zastosowanie do badania funkcji	82
A. Zagadnienie przyrostu funkcji	82
B. Pochodna funkcji	83
1. Pojęcie pochodnej	83
2. Definicja pochodnej. Oznaczenia	84
3. Funkcja Diraca	84
4. Zastosowanie do jednomianu	86
C. Własności pochodnych	88
1. Pochodna sumy funkcji	88
2. Pochodna iloczynu dwu funkcji	88
3. Pochodna funkcji złożonej	88
4. Pochodna ilorazu dwu funkcji	90
5. Pochodne wyższych rzędów	90
D. Zastosowanie pochodnej do badania funkcji	91
1. Pochodna funkcji a styczna do jej wykresu	91
2. Pojęcie funkcji rosnącej i malejącej	91
3. Maksimum i minimum funkcji	91
4. Badanie „nieskończonych gałęzi” krzywej asymptotycznej	93
E. Systematyczne badanie funkcji	93

ROZDZIAŁ IV. Funkcje trygonometryczne	97
A. Pojęcie kąta między dwiema półprostymi	97
1. Kąt zorientowany	97
2. Jednostki	97
3. Okresowość	98
B. Funkcje trygonometryczne	98
1. Definicja	98
2. Wyrażenia łuku w radianach	100
3. Badanie niektórych własności trygonometrycznych	100
4. Wzory na funkcje trygonometryczne sum i różnic	103
C. Funkcja odwrotna do funkcji trygonometrycznej	108
D. Pochodne funkcji trygonometrycznych	108
E. Trygonometria przestrzeni. Kąt bryłowy	110
 ROZDZIAŁ V. Uzupełnienie wiadomości o pochodnych. Pojęcie różniczki	 112
A. Pochodna funkcji złożonej	112
1. Przypomnienie pojęcia funkcji złożonej	112
2. Reguła dotycząca pochodnej	112
B. Różniczka	113
C. Pochodna funkcji odwrotnej	114
 ROZDZIAŁ VI. Pojęcie całki	 116
A. Całka oznaczona	116
1. Powierzchnia pod krzywą; pomiar przez przybliżenie	116
2. Definicja całki	118
3. Inna definicja całki	119
4. Symbol całkowania	121
B. Pojęcie funkcji całkowej i całki nieoznaczonej	121
1. Definicja	121
C. Pochodna całki nieoznaczonej	122
D. Całka nieoznaczona i funkcja pierwotna	124
1. Pojęcie funkcji pierwotnej	124
2. Rodzina funkcji pierwotnych i stała całkowania	124
3. Zastosowanie do obliczania pewnych całek	125
4. Zwyczajowy zapis całek nieoznaczonych	126
5. Kilka zastosowań	127
 ROZDZIAŁ VII. Niektóre własności całek. Szukanie funkcji pierwotnych. Proste metody całkowania	 128
A. Podstawowe własności całek	128
1. Określoność funkcji całkowej	128
2. Własności związane z granicami całkowania całki oznaczonej	128
3. Całka sumy lub różnicy	130
4. Mnożenie funkcji całkowanej przez stały czynnik	130
B. Metoda obliczania całki	131
1. Metoda ogólna	131
2. Jak znaleźć funkcję pierwotną danej funkcji	132

ZASTOSOWANIE 7. Natężenie skuteczne sinusoidalnego prądu zmiennego	135
3. Całkowanie przybliżone	135
ZASTOSOWANIE 8. Pomiar rzutu serca	137
ROZDZIAŁ VIII. Funkcje logarytmiczne i wykładnicze	141
A. Funkcja logarytmiczna	141
1. Definicje	141
2. Własności związane z tą definicją	142
3. Badanie funkcji $y = \ln x$	144
B. Funkcja wykładnicza	146
1. Definicja i własności	146
2. Badanie funkcji wykładniczej	148
3. Przekształcenie prostoliniowe funkcji wykładniczej	150
C. Wyjaśnienie podstawowego znaczenia prawa wykładniczego	151
1. Praktyczne zastosowanie prawa wykładniczego	153
ZASTOSOWANIE 9. Ładunek kondensatora	153
ZASTOSOWANIE 10. Prawa spadku radioaktywności	155
ZASTOSOWANIE 11. Pochłanianie promieniowania	157
ZASTOSOWANIE 12. Okres biologiczny substancji	159
2. Funkcje wykładnicze jako elementy bardziej skomplikowanych funkcji	161
ZASTOSOWANIE 13. Pojęcie oczyszczania	166
ROZDZIAŁ IX. Rozwinięcie funkcji w szereg. Zastosowanie do niektórych obliczeń	169
A. Ciągi i szeregi	170
1. Definicje	170
2. Postęp arytmetyczny i geometryczny skończony	171
3. Postęp geometryczny nieskończony	173
4. Zbieżność szeregu	174
B. Rozwinięcie funkcji w szereg potęgowy	175
1. Aproksymacja funkcji wielomianem	175
2. Metoda ogólna	176
ZASTOSOWANIE 14. Znaczenie jednostki urojonej i oraz $e^{i\pi}$	180
C. Rozwinięcie z przybliżeniem	182
ROZDZIAŁ X. Funkcje wielu zmiennych	185
A. Definicja	185
1. Funkcje wielu zmiennych, funkcja punktu	185
2. Funkcja uwikłana	186
B. Przedstawienie graficzne	187
1. Funkcje dwu zmiennych	187
2. Funkcja trzech zmiennych	188
C. Programowanie liniowe. Badania operacyjne	189
1. Obszary dopuszczalnych rozwiązań dla dwóch zmiennych przy jednym warunku ograniczającym	189
2. Przycinanie się wielu obszarów	189
3. Podstawowa własność wierzchołków wieloboku wypukłego : maksimum i minimum kombinacji liniowej	192
ZASTOSOWANIE 15. Zagadnienie dietetyczne — ustalanie racji pokarmowej	193

D. Zagadnienie regulacji	196
1. Sprzężenie zwrotne — schemat działania	196
2. Przedstawienie sprzężenia zwrotnego proporcjonalnego przy pomocy równań	198
3. System uregulowany nieliniowy	201
ZASTOSOWANIE 16. <i>Uproszczony model regulacji wydzielania tyroksyny</i>	202
ROZDZIAŁ XI. Pochodne i różniczki funkcji wielu zmiennych	207
A. Pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych	207
1. Definicja	207
2. Praktyczne obliczanie pochodnej cząstkowej	208
3. Geometryczne przedstawianie pochodnych cząstkowych	209
ZASTOSOWANIE 17. <i>Aproksymacja punktów empirycznych za pomocą prostej, prosta najmniejszych kwadratów</i>	210
4. Kolejne pochodne cząstkowe	213
B. Różniczki	214
1. Definicja	214
2. Linearyzacja funkcji w sąsiedztwie punktu	215
3. Różniczka funkcji uwikłanej	216
4. Zastosowanie do rachunku błędów	217
ZASTOSOWANIE 18. <i>Pomiar rzutu serca metodą Ficka</i>	218
C. Pojęcie różniczki zupełnej	220
1. Definicja	220
2. Własność podstawowa	220
D. Czynniki całkujący	221
1. Twierdzenie	221
2. Obliczanie czynnika całkującego	221
ZASTOSOWANIE 19. <i>Temperatura bezwzględna i entropia</i>	222
E. Wartość formy różniczkowej wzdłuż krzywej — całka krzywoliniowa	222
ROZDZIAŁ XII. Całki wielokrotne	224
A. Całka podwójna	224
1. Całka powierzchniowa	224
2. Całka objętości	227
ZASTOSOWANIE 20. <i>Moment bezwładności powierzchni</i>	228
B. Całka potrójna	229
ROZDZIAŁ XIII. Uwagi o równaniach różniczkowych	231
A. Definicje	231
B. Klasyfikacja równań różniczkowych	231
1. Rząd równania różniczkowego	231
2. Funkcja jednej lub wielu zmiennych	231
3. Ważny przypadek szczególny: równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu	232
4. Całkowanie równania różniczkowego	232
5. Geometryczny odpowiednik rozwiązania równania różniczkowego	233
C. Rozwiązanie kilku prostych przypadków z rozdzielaniem zmiennych	234
1. Prawo ruchu prostoliniowego o znanym przyspieszeniu	234
ZASTOSOWANIE 21. <i>Ruch ciała spadającego pod wpływem przyspieszenia ziemskiego</i>	235
ZASTOSOWANIE 22. <i>Ruch prostoliniowy o przyspieszeniu sinusoidalnym</i>	235

2. Równanie różniczkowe zjawiska podlegającego prawu wykładniczemu	236
ZASTOSOWANIE 23. <i>Prawo rozpadu promieniotwórczego</i>	237
ZASTOSOWANIE 24. <i>Znieczulenie</i>	237
D. Jak znaleźć rozwiązanie równania różniczkowego	242
1. Równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu	242
ZASTOSOWANIE 25. <i>Wymiany pomiędzy układami biologicznymi.</i> <i>Definicje i hipotezy</i>	243
ZASTOSOWANIE 26. <i>Stężenie środka farmakodynamicznego we krwi podczas</i> <i>ciągłego wlewu dożylnego (z uwzględnieniem wykorzystania)</i>	245
ZASTOSOWANIE 27. <i>Stężenie we krwi po wstrzyknięciu domięśniowym</i> <i>z uwzględnieniem wydalania</i>	246
2. Układy równań różniczkowych 1-go rzędu o stałych współczynnikach	247
3. Równanie różniczkowe drugiego rzędu o stałych współczynnikach bez wyrazu wolnego	247

CZĘŚĆ TRZECIA

Elementy statystyki

Rachunek prawdopodobieństwa

ROZDZIAŁ I. Zmienność a metoda statystyczna	251
A. Zmienność cechy	251
B. Metoda statystyczna	252
C. Statystyka opisowa	252
1. Populacja i próba statystyczna	252
2. Organizacja pracy	255
D. Statystyka matematyczna	257
ROZDZIAŁ II. Statystyka opisowa	258
A. Przedstawienie rozkładu statystycznego	258
1. Cechy jakościowe i ilościowe	258
2. Tablica częstości, grupowanie danych	259
3. Interpretacja graficzna	260
4. Rozkład kumulowany, częstość kumulowana	261
5. Pojęcie funkcji częstości cechy	262
B. Charakterystyki liczbowe rozkładu statystycznego	263
1. Wartości centralne w próbie (miary położenia)	263
2. Miary (wskaźniki) rozproszenia	266
3. Praktyczne przeprowadzanie rachunków	268
4. Próba niejednorodna	270
5. Znaczenie charakterystyk rozkładu	271
ROZDZIAŁ III. Pojęcie prawdopodobieństwa, własności ogólne	272
A. Statystyka a rachunek prawdopodobieństwa	272
B. Prawdopodobieństwo zdarzenia losowego	273
1. Definicja	273

2. Prawdopodobieństwo a przewidywanie	274
3. Losowanie bez zwracania, losowanie ze zwracaniem	274
C. Twierdzenia ogólne	275
1. Prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	275
2. Prawdopodobieństwo złożone	275
3. Prawdopodobieństwo sumy zdarzeń	276
D. Kombinatoryka a rachunek prawdopodobieństwa	277
1. Wykres drzewkowy	277
<i>ZASTOSOWANIE 28. Metoda analizy sekwencyjnej</i>	279
2. Kombinacje prawdopodobieństw	280
ROZDZIAŁ IV. Pojęcie funkcji zmiennej losowej	281
A. Zmienne losowe	281
1. Zmienna losowa skokowa	281
2. Zmienna losowa ciągła	282
B. Funkcje w rachunku prawdopodobieństwa. Funkcje jednej zmiennej losowej	282
1. Dwie podstawowe funkcje rozkładu prawdopodobieństwa	282
2. Obliczanie cech rozkładu — „momenty”	284
C. Nierówność Czebyszewa	286
1. Nierówność podstawowa	286
2. Dowód	287
3. Znaczenie tej nierówności	288
ROZDZIAŁ V. Dwa skokowe rozkłady prawdopodobieństwa. Rozkład dwumianowy i rozkład Poissona	289
A. Rozkład dwumianowy	289
1. Przykłady	289
2. Przypadek ogólny	290
3. Interpretacja graficzna rozkładu dwumianowego	291
4. Obliczenia praktyczne	292
5. Własności ogólne	293
<i>ZASTOSOWANIE 29. Niektóre zagadnienia genetyki formalnej</i>	294
B. Rozkład Poissona	296
1. Definicja i wzór	296
2. Własności rozkładu	296
3. Rozkład Poissona w przypadku ciągu zdarzeń w czasie i przestrzeni	297
4. Proces Poissona	298
<i>ZASTOSOWANIE 30. Odchylenie standardowe pomiaru rozpadów promieniotwórczych</i>	299
ROZDZIAŁ VI. Rozkład normalny	300
A. Definicja i własności	300
1. Gęstość prawdopodobieństwa, funkcja rozkładu	300
2. Zmienna losowa, suma lub różnica niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym	302
B. Dążenie rozkładu dwumianowego i rozkładu Poissona do rozkładu normalnego	302
C. Rozkład normalny a błędy	303
D. Przekształcenie liniowe rozkładu normalnego: prosta probitów	303

1. Definicja	303
2. Papier probitowy i jego zastosowanie	303
3. Interpretacja wykresu	305
4. Prosta probitów jako test normalności	305
E. Rozkład logarytmiczno-normalny	307
F. Próba wyjaśnienia częstości występowania rozkładu normalnego i log-normalnego	308
G. Inne rodzaje rozkładów prawdopodobieństwa	308
ROZDZIAŁ VII. Badanie statystyczne próby	310
A. Oszacowanie cech w populacji na podstawie próby	310
1. Reprezentacyjność próby	310
2. Współczynnik bezpieczeństwa lub ryzyka	310
3. Szacowanie wartości charakterystycznych populacji na podstawie rozkładu obserwowanego w próbie	311
4. Błąd standardowy średniej arytmetycznej	312
5. Trzy różne odmiany odchylenia standardowego	313
B. Przedział ufności wartości średniej cechy	314
1. Definicja	314
2. Hipoteza podstawowa — normalność pobieranych prób	314
3. Wnioski	315
C. Przynależność pewnej jednostki do populacji	315
1. Porównanie z przedziałem ufności	315
2. Porównanie z „funkcją rozkładu”	317
D. Przedział ufności odsetka	318
1. Obliczanie standardowego błędu częstości	319
2. Przedział ufności odsetka	319
<i>ZASTOSOWANIE 31. Prawo serii a złudzenie psychologiczne</i>	<i>322</i>
ROZDZIAŁ VIII. Porównanie dwu rozkładów obserwowanych	324
A. Liczebność prób jest większa od 30	324
1. Porównanie średnich arytmetycznych dwu prób	324
<i>ZASTOSOWANIE 32. Standardowy błąd różnicy dwu pomiarów aktywności promieniotwórczej</i>	<i>326</i>
2. Porównanie dwu częstości	328
B. Liczebność prób jest mniejsza od 30	329
1. Porównanie dwu średnich arytmetycznych	330
2. Porównanie dwu częstości	331
C. Badanie obserwacji ułożonych w pary, porównanie średniej różnicy do zera	332
ROZDZIAŁ IX. Rozkład dwu zmiennych. Korelacja, regresja	333
A. Rozkład dwu zmiennych losowych	333
1. Przedstawianie obserwacji	333
2. Badanie rozkładu	335
3. Związki między charakterystykami brzegowymi i warunkowymi	337
B. Pojęcie zależności, korelacja, regresja	337
1. Korelacja a niezależność	337
2. Charakterystyki rozkładu	338
3. Krzywa regresji, prosta regresji	339
4. Krzywa regresji dla logarytmów wartości	343

ROZDZIAŁ X. Test χ^2. Test zgodności rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym	345
A. Zasada	345
1. Cel testu χ^2	345
2. Przebieg obliczeń	345
B. Zastosowanie testu χ^2 do badania niezależności rozkładu	346
1. Warunek niezależności — przykład	346
2. Interpretacja	347
3. Przypadek tabeli 2×2 (podwójna alternatywa)	348
4. Przypadek ogólny tabeli $m \times n$ dla testu niezależności	352
C. Porównanie rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym prawdopodobieństwa	354
1. Przedstawienie zagadnienia	354
2. Aproksymacja rozkładu obserwowanego rozkładem teoretycznym	354
3. Sprawdzanie zgodności aproksymacji za pomocą testu χ^2	355
ZASTOSOWANIE 33. Rozproszenie wyników liczenia komórek w hemocytometrze	355
ROZDZIAŁ XI. Zastosowanie metody statystycznej	357
A. Rozumowanie statystyczne	357
B. Niektóre zadania statystyki i statystyka	357
1. Co może zrobić statystyk, jeżeli ma możliwość działania przed rozpoczęciem pracy	358
2. Liczba i wybór danych wziętych do badania	358
3. Przypomnienie zagadnienia grupy kontrolnej	359
4. Niebezpieczeństwo tendencji	359
C. Obliczenia statystyczne	360
1. Badanie rozkładu próby	360
2. Małe próby	360
3. Poziom ufności	360
4. Pewne zagadnienie słownictwa	360
D. Interpretacja wyników	361
1. Wyniki na granicy istotności	361
2. Test zgodności i test różnicy	361
3. Najmniejsza różnica statystycznie znamienne	361
4. Zależność przyczynowa a korelacja	362
E. Niektóre trudności psychologiczne związane ze stosowaniem statystyki	363
F. Wniosek	364
Tablice	365
Niektóre wartości liczbowe	365
Rozkład normalny	366
Test t Studenta; test χ^2	367
Niektóre wartości rozkładu dwumianowego	368
Niektóre wartości rozkładu Poissona; papier półlogarytmiczny	369
Często używane pochodne całki	370
Tablica liczb losowych	371
Skorowidz	373

Chociaż poszczególne rozdziały tworzą ciąg logiczny, to większość poruszanych problemów może być studiowana oddzielnie. Również w tym celu powtarzano wielokrotnie tę samą rzecz aby czytelnik nie musiał zbyt często wracać do wcześniejszych partii książki.